Contenu de l’UE :

1. Modèle formelle/réfléchies mettre en œuvre pour traiter des connaissances imparfaites
2. Plusieurs raisonnements selon le type d’imperfection
3. Apprentissage artificiel mise en œuvre des mécanismes pour construire des algorithmes non statistiques, pour inférer construire de modèle. Et interprétation des modèles

Logique floue : est née 1960

Pour formaliser des méthodes empiriques, de généraliser des modes de raisonnement naturels, d’automatiser la prise de décision dans leur domaine, de construire des systèmes artificiels effectuant les taches habituellement prises en charge par des humains.

**Les connaissances qu’on dispose sont généralement imparfaites, soit par ce que nous avons un doute sur leur validité, elles sont alors incertaines, soit parce que nous éprouvons une difficulté à les exprimer clairement, elles sont alors imprécises. C’est deux types d’imperfection dans les connaissances sont souvent mêles.**

**L’homme utilise des critères subjectifs => imprécis.**

**La logique floue conduit à raisonner sur te telles connaissances. On traite des concepts d’incertitude de nature non probabiliste.**

Connaissance imparfaite :

**Imperfection du monde réel :**

**3 grande types d’imperfection dans les connaissances :**

1. **Incertitude probabiliste/non probabiliste :** 
   1. **Régisse la probabilité d’occurrence d’un évènement, on n’est pas certain que cet évènement puisse se produire.**
   2. **Incertitude non probabiliste : évènement non répétable.**
2. **L’incomplétude des connaissances : absence d’une partie de l’information, on veut prendre une décision, raisonner sans tout savoir.**
3. **Imprécisions :**
   1. **Numériques : valeur qu’on ne connait pas, (Nature pour les etre humain mais pas pour les mathématiques).**
   2. **Catégorie mal définie, frontière floue.**

**Chaque imperfection a un raisonnement/traitement/outil spécifique.**

Page 9.

Incertitude vs imprécision :

Incertain :

Imprécis :

Elles sont liées, plus on veut énonce une connaissance précise (exemple dist 95253, la connaissance je les tiré d’internet), elle est vraie à un instant ‘t’donné, 5 ans plus tard, la mesure peut changer…

Elle devient Environ … connaissance imprécise, ce qui fait que ça donne beaucoup de chance qu’elle soit vraie (certain)

**Augmenter la précision peut faire baisser l’incertitude**

Incertain probabiliste (faire intervenir des probabilités) les probabilités ne s’appliquent pas partout.

Exemple page 10 : deux verres d’eau

Proba 0.7 : 1 chance sur 10 que ça ne soit pas potable. Laisse la porte ouverte à un liquide nuisible.

Degré 0.7 : sur une échelle de 0 à 1, 0 pas du tout pure et 1 pure, ce n’est pas de l’eau pure mais ça se rapproche. Ne laisse pas la porte ouverte à autre liquide.

Pourquoi avec des outils différents :

Théorie des sous-ensembles flous :

1. La théorie des sous-ensembles flou :

**Créateur 1965 Lotfi A. Zadeh**

Représenter un modèle ou un élément appartient graduellement à un ensemble.

* Gestion de mécanisme, prendre en compte l’imprécision qui etaient faites.
* Machine à laver.
* Train automatique (ligne 1 et 14), véhicule autonome, vitesse de freinage.

**La notion : de sous-ensemble flou a pour but de permettre des gradations dans l’appartenance d’un élément à une classe, c.à.d. d’autoriser un élément à appartenir plus ou moins fortement à cette classe.**

**L’idée :**

**Prendre en compte la gradualité.**

**Etre ou ne pas etre dans la catégorie**

**Partir à partir de la théorie des ensembles classiques + prise en compte de la gradualité**

Page 16

Plus avec une fonction **déterministe/caractéristique** mais avec une fonction d’appartenance

Si un modèle flou n’est pas flou donc on revient en fonction caractéristique et au modèle classique.

**Un sous-ensemble classique A de X est défini par une fonction caractéristique qui prend la valeur 0 pour les éléments de X n’appartenant pas à A et la valeur 1 pour ceux qui appartiennent à A.**

**X 🡺 {0, 1}**

**Un sous ensemble classique est un cas particulier d’un sous ensemble flou**

**Notation : A un sous ensemble flou, qui indique pour tout élément x de X son degré d’appartenance à A :**

**A = (x) /x, si X est dénombrable**

**A =| (x) /x, si X est non dénombrable**

Exemple :

A sous ensemble des jours préférés catégories mal définies

0|lundi degré d’appartenance 0, on peut ne pas l’écrire.

Forme analytique page 18 donner les fonctions de l’image de Gauche.

Parfaitement connu/énoncé si on a donné à tous points dans la région un degré d’appartenance lui correspondant.

Caractéristique d’un sou ensemble flou :

Les caractéristiques qui décrivent/different un sous ensemble flou A de X d’un sous ensemble classique, sont :

1. Le support : l’ensemble des éléments de X qui appartiennent au moins un peu, à A.

Noté :

Supp(A) = {x/ }

1. Hauteur : le plus fort degré qu’un élément appartienne à A.

H(A) =

1. Noyau/hauteur : le plus fort degré avec lequel un élément de X appartient à A. c’est la plus grande valeur prise par sa fonction d’appartenance.

Noté : N (A) = {x/ }

1. Si A est un sous-ensemble ordinaire de X, il est normalisé et il est identique à son support et à son noyau. Sa cardinalité est le nombre d’élément qu’il le compose.

H(A) = 1 A est dit normalisé.

1. Cardinalité, si A est un sous ensemble flou de X (X fini) sa cardinalité, évaluant le degré global avec lequel les éléments de X appartiennent à A.
2. |A] = (Si on est en classique, c’est une somme de 0 et de 1).

X est un sous ensemble flou de lui-même (x) = 1

(x) = 0

Si (x) = 0

Exemple : Page 20

Noyau(A) = {dimanche} %celui qui a le plus fort degré.

Support(A) = {dimanche, samedi, vendredi, mercredi}. > 0 !!!

H(A) = 1 car y’a un élément = 1

|A| = 1 + 0.75 + 0.4 + 0.01 = 2.16 % tous les degrés des éléments de l’ensemble flou.

Page 21

Noyau(A) = [80 ; 120]

Support(A) = ]70 ; 140[

H(A) = 1

Exemple livre :

X = {P, V, B}

A = {0.8|P, 0.6|V, 0.4|B}

H(A) = 0.8

Supp(A)= X

N(A) =

|A| = 0.8 + 0.6 + 0.4 = 1.8

Appeler un intervalle flou : est une représentation trapézoïdale noté par le quadruplet (a, b, ) :

b

a

1

b+

a-

(x) =

Alpha généralisation de la notion de support et de noyau

Alpha coute emboitées si

Généraliser la théorie de l’ensemble classique, étendre (reprendre ce qu’on a fait pour la classique et la réappliquer en ensemble flou) conserve les propriétés des ensembles classiques meme dans l’ensemble flou

Page 26

Combien y’a-t-il de parties floues dans un ensemble de n éléments, si on se limite à p valeurs d’appartenance ?

Exemple : E = {x, y} donc n =2

Degré d’appartenance = {0, 0.5, 1}

Il y’a parties floues, donc 4 exactes et 5 floues, car :

|  |  |
| --- | --- |
| X | Y |
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 1 | 0 |
| 1 | 1 |
| 1 | 0.5 |
| 0 | 0.5 |
| 0.5 | 1 |
| 0.5 | 0 |
| 0.5 | 0.5 |

Union : le plus grand ensemble flou contenant A et b

= max(

L’intersection : le plus petit ensemble flou contenant A et B

= min(

Les lois de Morgan, distributivité l’idempotence, la commutativité, l’associativité, les distributivités mutuelles, min , max sont conservés.

Arithmétique sur les ensembles flous :

= max (min (

= max (min (

Addition d’intervalles flous :

(a, b, + (a2, b, ) = ( a+a2, b+b2, )

Multiplication par un scalaire positif :

l.(a, b, = (l.a, l.b, l.

Exemple :

A = {1|0.6, 2|0.8, 3|1, 4|0.6}

B= {0|0.5, 1|0.7, 2|0.9, 3|1, 4|0.4}

A+B = {

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 2 |
| Max (  1|0.6+ 0|0.5 = 1(min (0.6,0.5))  =1|0.5  ) = 1|0.5 | Max (  1|0.6 +1|0.7 = 2| (min (0.6,0.7)) = 2|0.6,  2|0.8+0|0.5 = 2| (min (0.8,0.5)) = 2|0.5  ) = 2|0.6 |

…}

Exemple :

Alpha = 1

Beta = 0

a, b = 1, 1

= x sur [0, 1]

a-alpha=0

b+beta=1

a, b = 1, 1

x)= x-2 sur [1, 2]

Alpha = 0

Beta = 1

a-alpha=1

b+beta=2

(a, b, + (a2, b, ) = ( a+a2, b+b2, )

(1, 1, 1, 0) + (1, 1, 0, 1) = (2, 2, 1, 1) donc alpha new = 1, beta new = 1

* a - alpha = 2-1 = 1
* b + beta = 2+1 = 3

Intervalle de U+V = sup (min (x, 2-x) = [1, 3] est un ensemble exact.

Rappel : injective au plus un surjective au moins un, bijection exactement un.

Déterminer la valeur de verité d’une proposition page 47

Ph une fonction d’agrégation

Deux ensembles flous A et B :

1. A = B ssi Si (x) = (x)
2. A ssi Si (x) <= (x) Complémentaire page 27
3. (X)= 1 - (X), certains points peuvent appartenir en meme temps à l’ensemble flou et non flou.
4. = min ((X),(X)) ; Image exemple d’intersection de deux ensembles avec différentes hauteurs.
5. = max ((X),(X)).

Propriété non contradiction

; voir image

Logique classique

Produire de nouvelle connaissance, il faut des garantis, etre sure ce qu’on dit

On a des outils pour le faire.

Modéliser formaliser automatiser le raisonnement

Histoire :

Aristote, Socrate

Moyen Age

19 20 -ème siècle Hilbert, Herband …

Prolog, Clips : programmation logique ‘automatiser le raisonnement’

1960 : raisonnement naturelle.

Web sémantique logique de description, peut gérer de très grande base de données.

Logique classique du premier ordre :

Elément de base : Variables, constante (variable d’arité 0), fonction

Termes : définition inductive, une constante/variable est un terme et si …

Si j’ai a, b, x et f F1, g F2 g (a, x) est un terme, g (F1(b), f (f(x)))

Une fois avoir nommer les termes (individus) grâce au prédicat on dit …

Prédicat : P (g (F1(b), f (f(x))))

Formules logiques

Formule atomique (non divisible) : P (g (F1(b), f (f(x))))

Connecteurs et, où

Quantificateur il existe, quel que soit

Quand on a des formules, il faut dire si elles sont vraies ou fausses.

Calculer la valeur de verité d’une formule : Page 6

Domaine : les valeurs qu’elles peut prendre, domaine fixé.

Chaque constante on lui donne une valeur, image

Chaque symbole je lui donne un sens

Un prédicat je lui donne un sens image

Valuation page 7

Logique de proposition l3 croché et =.  
sémantique des connecteurs logiques.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q | P🡺Q |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Si 2 est impair Celia est en Italie, la phrase est vraie en logique mais d’un point de vue sémantique …

La 3 eme ligne est intuitive

L’implication logique, ne capture pas la causalité. Hypothèse cause de la conséquence, la logique ne le fait pas

La table de vérité, n’est pas intuitive.

L’éthique de l’IA, on remonte à la causalité !

Si tu manges ta soupe, tu regardes la télé.

Si on mange la soupe, on ne sait pas ce qu’il se passe.

(P🡺Q) OR (Q🡺P) EST TOUJOURS VRAIE.

Des logiques ont été inventé pour 🡺 notamment la logique modale.

Sémantique formelle  sémantique langage naturel.

Image

Formule close il existe, ne dépend pas de la valuation

Validité et satisfiabilité

Formule universellement valide : valide quel que soit l’univers de variation de x …

Formule valide : on détermine un domaine

Formule satisfiable : pour une valuation particulière.

Conséquence sémantique

A réviser

probabilité

1. calcul des séquents :

dans le système d’Hilbert …

ici on a que

ce qu’on avait avant l’augmentation était vraie

modus bonens meme chose à droite

# adéquation et complétude

Automatisation : les calcules ne se sont pas bien, exemple calcule de Hilbert (pas très bien), table de vérité (problème de calcule, complexité exponentielle), prolog (), méthode des tableaux (s’implémente bien). Méthode de résolution.

Méthode de résolution : j’ai A ou B et non A ou C, alors j’ai B ou c.

A ou B = non B 🡺 A et non A ou C = A🡺C alors non B 🡺C = B ou C

La méthode de résolution est une généralisation du MODUS PONENS.

Connaissance non factuelles

Généralisation

non factuelle (je crois que…)

page 28

Raisonnement abductif ce qu’on fait en médecine, si … Alors telle maladie

Si c’est telle maladie on observe les symptômes.

Inductif j’observe A, inférer A 🡺 B et A (plein de A) !! exemple un enfant qui se brule, pourquoi il s’est brulé.

Trois types de raisonnements :

Déduction :

Si … alors depuis nos connaissances vraies on dérive des connaissances vraies, la déduction est monotone.

Abduction :

Trouver des causes/recherche d’explication/causes

Induction :

Un fait et une cause observé (on fait avec plusieurs exemples) on essaye de trouver des règles

Etant donné des faits, trouver un relation/règle (ML).

Ces deux raisonnements ne sont pas monotones

Découverte d’hypothèse : Ensemble d’information et une observation o inattendu sigma ne permet pas de conclure.

Trouver une hypothèse modifiable (par la suite) pour expliquer O et on l’ajoute a la base de connaissance

Attention a l’interprétation de la logique pour définir la conséquence.

Not B not a, on ne croit pas que alpha est faux, alpha ne pose pas de problème à notre BDC

Une clause caractéristique respecte le champ de production, respecte le biais de langage

Mu : pour théorème minimaux

Couvert de rue et couvert de toit ne sont pas unifiable

Si un est inclus dans l’autre, donc la minim subsume l’autre est on veut la minimal

On résout des littéraux complémentaires

Cours 2

Principe d’extension : utilise n’importe quelle fonction mathématique avec des données d’un sous ensemble floues => environ deux environs autres comment je fais \* / … (arithmétique floues)

Produit cartésien :

Exemple âge, salaire d’une personne

Deux univers comment combiner deux informations qui viennent de deux univers differents âge, salaire

Définir l’univers de l’âge X salaire => donner sa valeur d’appartenance pour tous les couples du prod cartésien X1, X2 (définir le produit cartésien)

Degré d’appartenance| univers

Pour une information quel est le degré d’appartenance pour l’utilisateur X via la matrice du produit cartésien de deux ensembles de référence card (X1, X2) = min …

Le produit inverse du produit cartésien est la projection => on prend le sup

Les projections ne sont pas équivalentes aux origines.

Le principe d’expansion :

On sait définir un ensemble flou

On sait modéliser

Comment les utiliser ?

Extension des fonctions classiques en mathématique pour la logique floue.

Déterminer l’ensembles des antécédents de mes y qu’il a par la fonction phi page 12

X\*\*2

Antécédent l’inverse de l’image

Cahier

Construire point à point le sous ensemble floue à l’aide de la définition

Fonction cas particulier d’une relation (application de x et de y).

Relation flou est une extension d’une relation classique (laisse apparaitre des degré de et de )